**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

# Vorbereitungskurs

# Mathematik

# Berufliches Gymnasium für Gesundheit und Soziales


Erstellt von: S. Dittmann, F. Scholer

Stand: 01.07.2016

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

# Inhaltsverzeichnis

# <u>0. Vorwort</u>

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Ihr habt euch für das kommende Schuljahr für die 11. Klasse des Beruflichen Gymnasiums angemeldet.
Besonders im Fach Mathematik baut der Unterrichtsstoff auf die Kenntnisse auf, die ihr von der Realschule mitbringen solltet.
Damit ihr überprüfen könnt, ob eure Kenntnisse ausreichend sind, haben einige Mathematiklehrer der BBS Prüm diesen Vorbereitungskurs zusammengestellt.

Ihr solltet daher **<u>vor Beginn</u>** des neuen Schuljahres diesen Vorbereitungskurs durcharbeiten, damit ihr erfolgreich und ohne größere Probleme die Mathematik bewältigen könnt.

Viel Spaß beim Rechnen!

Euer Mathe-Team

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

# 1. Termumformung - Klammerregeln

## 1. Das Assoziativgesetz (Verknüpfungsgesetz)

$(a+b)+c=a+(b+c)=a+b+c$

$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)=a\cdot b\cdot c$

Beispiele: $(3+4)+2=2+(4+2)=3+4+2=9$

$(2\cdot 5)\cdot 6=2\cdot(5\cdot 6)=2\cdot 5\cdot 6=60$

## 2. Das Distributivgesetz (Zerlegungsgesetz):

$(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c=ac+bc$

$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c=ab+ac$

Beispiele: $(2+3)\cdot 4=2\cdot 4+3\cdot 4=8+12=20$

$3\cdot(5+2)=3\cdot 5+3\cdot 2=15+6=21$

## 3. Die Klammer nach einem Pluszeichen:

Nach einem Pluszeichen kann die Klammer entfallen:

$a+(b+c)=a+b+c$

Beispiel: $5+(2+3)=5+2+3=10$

## 4. Die Klammer nach einem Minuszeichen:

Lässt man die Klammer nach einem Minuszeichen weg, so ändern sich alle Vorzeichen innerhalb der Klammer:

$$a-(b-c)=a-b+c$$

Beispiel: $5-(3-1)=5-3+1=3$

$4-(2+1)=4-2-1=1$

**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**5. Multiplikation mit einer Summe oder Differenz:**

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c = ab + ac$$
$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c = ab - ac$$
$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c = ac + bc$$
$$(a - b) \cdot c = a \cdot b - b \cdot c = ab - bc$$

**6. Ausklammern:**

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$
$$a \cdot c - b \cdot c = (a - b) \cdot c$$

**7. Multiplikation zweier Summen (Differenzen):**

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + c + bd$$
$$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$
$$(a - b)(c + d) = ac + ad - bc - bd$$
$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd$$

**8. Verschachtelte Klammern:**

Verschachtelte Klammern werden von innen nach außen aufgelöst:

$$a\big(b + c \cdot (d + e) - (a - b)\big) = a(b + cd + ce - a + b) = ab + acd + ace - a^2 + ab$$
$$= 2ab + acd + ace + a^2 = a^2 - 2ab - acd - ace$$

Oftmals findet man bei verschachtelten Klammerausdrücken auch eckige oder geschweifte Klammern. Dieses dient nur zur übersichtlicheren Darstellung, hat aber keinen Einfluss auf die Rechnung!

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**Übungsaufgaben:**

a) $x + (y - x) =$

b) $3x - (2x + y) =$

c) $a + 2 \cdot (a - b) - b =$

d) $a + b - 2(a - b) =$

e) $3 \cdot (a + b) - (a - 2b) =$

f) $(a + 3) \cdot (a + 1) =$

g) $(3 - a) \cdot (b + 1) =$

h) $(a + b) \cdot (a - b) =$

i) $2a - 3 - \big(a - (4 - a + b)\big) =$

j) $(-1) \cdot (a + 1) - \big(3 \cdot (a - 1)\big) \cdot 2 =$

**Lösungen**

---

a) $x + (y - x) = x + y - x = y$

b) $3x - (2x + y) = 3x - 2x - y = x - y$

c) $a + 2 \cdot (a - b) - b = a + 2a - 2b - b = 3a - 3b$

d) $a + b - 2(a - b) = a + b - 2a + 2b = -a + 3b$

e) $3 \cdot (a + b) - (a - 2b) = 3a + 3b - a + 2b = 2a + 5b$

f) $(a + 3) \cdot (a + 1) = a^2 + a + 3a + 3 = a^2 + 4a + 3$

g) $(3 - a) \cdot (b + 1) = 3b + 3 - ab - a = -a - ab + 3b + 3$

h) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

i) $2a - 3 - \big(a - (4 - a + b)\big) = 2a - 3 - (a - 4 + a - b) = 2a - 3 - a + 4 - a + b$
$= 1 + b$

j) $(-1) \cdot (a + 1) - \big(3 \cdot (a - 1)\big) \cdot 2 = -a - 1 - (3a - 3) \cdot 2 = -a - 1 - (6a - 6)$
$= -a - 1 - 6a + 6 = -7a + 5$

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

# 2. Bruchrechnung

## 1. Definition

Ein Bruch ist eine rationale Zahl, die in der Form $\frac{a}{b}$ dargestellt wird. Der obere Ausdruck $a$ wird als Zähler bezeichnet, der untere Ausdruck $b$ als Nenner. Zu beachten ist hierbei, dass $b$ nicht Null sein darf ($b \neq 0$), da eine Division durch 0 nicht möglich ist.

Ist der Zähler kleiner als der Nenner, so spricht man von einem echten Bruch $\left(\text{z. B. } \frac{1}{2}\right)$.
Ist der Zähler größer als der Nenner, so spricht man von einem unechten Bruch $\left(\text{z. B. } \frac{3}{2}\right)$.
Unechte Brüche lassen sich als gemischte Zahl darstellen:

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ oder } \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \text{ oder } \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Jede Zahl lässt sich als Bruch in der Form $\frac{a}{1}$ schreibe. Dieses bezeichnet man auch als Scheinbruch:
$a = \frac{a}{1}$ oder $\frac{5}{1} = 5$
Betrachtet man den Bruch $\frac{a}{b}$, so lautet sein Kehrwert $\frac{b}{a}$. Der Kehrwert von $\frac{3}{5}$ lautet $\frac{5}{3}$.

## 2. Erweitern und Kürzen von Brüchen

Man erweitert/kürzt einen Bruch, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl erweitert/kürzt: $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{ac}{bc}$

<u>Beispiele:</u>

$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$ Der Bruch wurde mit 4 erweitert.

$\frac{15}{6} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{5}{2}$ Sowohl im Zähler als auch im Nenner ist die 3 enthalten. Daher kann man den Bruch mit 3 kürzen. $\frac{15}{6}$ und $\frac{5}{2}$ haben den gleichen Wert.

**3. Addition und Subtraktion von gleichnamigen Brüchen:**

Gleichnamige Brüche werden addiert (subtrahiert), indem man ihre Zähler addiert (subtrahiert) und ihre Nenner beibehält:

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Beispiele: $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

$\frac{5}{9}-\frac{2}{9}=\frac{5-2}{9}=\frac{3}{9}$

**4. Addition und Subtraktion von ungleichnamigen Brüchen:**

Ungleichnamige Brüche werden addiert/subtrahiert, indem man sie gleichnamig macht (auf den gemeinsamen Hauptnenner erweitert) und anschließend nach den Regeln für gleichnamige Brüche addiert/subtrahiert. Der Hauptnenner ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Nenner. Findet man dieses nicht auf Anhieb, so werden einfach beide Nenner miteinander multipliziert.

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{d}=\frac{a\cdot d}{c\cdot d}+\frac{b\cdot c}{d\cdot c}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{c\cdot d}=\frac{ad+bc}{cd}$$

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{d}=\frac{a\cdot d}{c\cdot d}-\frac{b\cdot c}{d\cdot c}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{c\cdot d}=\frac{ad-bc}{cd}$$

Beispiele:

1) $\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=\frac{3\cdot 3}{4\cdot 3}+\frac{1\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{3\cdot 3+1\cdot 4}{12}=\frac{13}{12}=1\,\frac{1}{12}$

2) $\frac{3}{5}+\frac{4}{6}=\frac{3\cdot 6}{5\cdot 6}+\frac{4\cdot 5}{6\cdot 5}=\frac{3\cdot 6+4\cdot 5}{6\cdot 5}=\frac{18+20}{30}=\frac{38}{30}$

Dieses Ergebnis lässt sich kürzen: $\frac{38}{30}=\frac{19\cdot 2}{15\cdot 2}=\frac{19}{15}=1\,\frac{4}{15}$

3) $\frac{5}{3}-\frac{2}{6}=\frac{5\cdot 2}{3\cdot 2}-\frac{2}{6}=\frac{10}{6}-\frac{2}{6}=\frac{8}{6}$

dieses Ergebnis lässt sich kürzen: $\frac{8}{6}=\frac{4\cdot 2}{3\cdot 2}=\frac{4}{3}=1\,\frac{1}{3}$

Hier erkennt man durch scharfes Hinsehen, dass 6 das kleinste gemeinsame Vielfache der Nenner ist, hierdurch vereinfacht sich die Rechnung etwas. Falls man dieses aber nicht sieht, kommt man mit der Multiplikation der beiden Nenner (Hauptnenner = 18) genauso gut zum Ziel.

**5. Multiplikation von Brüchen**

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multipliziert und den Nenner beibehält.

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{1} = \frac{a \cdot c}{b} = \frac{ac}{b}$$

<u>Beispiel:</u> $\frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5}$ oder $3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

**6. Multiplikation von Brüchen:**

Zwei Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{ac}{bd}$$

<u>Beispiel:</u> $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$

<u>**6. Division von Brüchen:**</u>

Man teilt durch einen Bruch, indem man mit dem Kehrwert multipliziert.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

<u>Beispiel:</u> $\frac{5}{3} : \frac{6}{5} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$

**Übungsaufgaben:**

Berechne ohne Taschenrechner.

a) $1\frac{1}{10} + \frac{2}{5} =$

b) $\frac{5}{7} - \frac{3}{5} =$

c) $\frac{18}{7} \cdot \frac{3}{2} =$

d) $\frac{35}{42} : \frac{2}{7} =$

e) $\frac{1}{7} + \frac{18}{7} : \frac{3}{2} =$

f) $3 \cdot \frac{2}{7} + 1\frac{2}{9} =$

g) $\frac{4}{3a} + \frac{4}{6a} =$

h) $\frac{3a}{4} + \frac{7a}{6} + \frac{b}{6} =$

i) $\frac{20x}{3y} : \frac{5x}{3} =$

j) $\frac{3x}{y} + \frac{2x}{y} : \frac{1}{4} - 1 =$

**Lösungen**

| a) | b) | c) | d) | e) | f) | g) | h) | i) | j) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{3}{2}$ | $\frac{4}{35}$ | $\frac{27}{7}$ | $\frac{35}{12}$ | $\frac{13}{7}$ | $\frac{131}{63}$ | $\frac{2}{a}$ | $\frac{23a+2b}{12}$ | $\frac{4}{y}$ | $\frac{11x-y}{y}$ |

## 3. Lösen von linearen Gleichungen

**Vorgehensweise:**

Man löst eine Gleichung, in dem man sie nach der gesuchten Variablen umformt. Dies geschieht durch äquivalentes Umformen der Gleichung.

Äquivalente Umformungen (dargestellt durch ein Äquivalenz-Zeichen <=>) führt man durch, in dem man auf beiden Seiten der Gleichung eine gleichwertige Operation durchführt. Das bedeutet, dass man auf beiden Seiten der Gleichung dieselbe Zahl ($\neq 0$) addiert, subtrahiert, multipliziert oder dividiert.

**Beispiel:**

$$2x + 1 = 5 \quad |-1$$

$$\Leftrightarrow \; 2x = 4 \quad |:2$$

$$\Leftrightarrow \; x = 2$$

Probe: $2 * 2 + 1 = 5$

**Übungsaufgaben:**

a) $-25x + 50 = 100$

b) $4x + 5 = 2x - 15$

c) $-\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

d) $2x - 2 = 2x + 3$

**Lösungen:**

| a) | b) | c) | d) |
|---|---|---|---|
| $x = -2$ | $x = -10$ | $x = 1$ | keine Lösung |

**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

## 4. Lösen von linearen Gleichungssystemen – LGS

Eine Gleichung in der Form $\boldsymbol{y = ax + b}$ heißt lineare Gleichung. Zwei lineare Gleichungen bilden ein lineares Gleichungssystem LGS. Das LGS ist nicht lösbar, wenn es mehr Variablen als Gleichungen gibt.

Stellt man die Gleichungen als Geraden dar, erkennt man weiterhin drei mögliche Lösungen:

a) die Geraden haben einen Schnittpunkt ➔ das LGS ist eindeutig lösbar

b) die Geraden sind parallel ➔ das LGS hat keine Lösung

c) die Geraden liegen aufeinander ➔ das LGS hat unendlich viele Lösungen

**Beispiel:**

I) $2(y - 2x) = 6$

II) $y - 1 = 4x$

1. Gleichsetzungsverfahren:

Beide Gleichungen in die Form $\boldsymbol{y = ax + b}$ bringen:

I) $2(y - 2x) = 6$ ➔ $2y - 4x = 6$ ➔ $2y = 4x + 6$ ➔ $\underline{y = 2x + 3}$

II) $y - 1 = 4x$ ➔ $\underline{y = 4x + 1}$

Setze $y = y$:

$2x + 3 = 4x + 1$

äquivalent umformen (siehe Kapitel 3): .....

$\underline{x = 1}$

$x = 1$ in I oder II einsetzen:

$\underline{y = 5}$

- ⇨ Die eindeutige Lösung des LGS lautet $(1/5)$ = Koordinaten des Schnittpunkts der Geraden

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

2. Einsetzungsverfahren:

Eine Gleichung nach einer Variablen umstellen: $y = 4x + 1$,

und dann in die andere Gleichung einsetzen: $2(y - 2x) = 6$ ➔ $2(4x + 1 - 2x) = 6$

....äquivalent nach x auflösen: $x = 1$

$y$ –Koordinate wie beim Gleichsetzungsverfahren durch einsetzen berechnen.

3. Additionsverfahren:

Die Gleichungen so untereinander schreiben, dass die Variablen „passend" zueinander stehen:

I) $2y - 4x = 6$ ➔ $2y = 4x + 6$

II) $y = 4x + 1$ ➔ $y = 4x + 1$

Sinnvollerweise II von I abziehen:

$$\begin{aligned} 2y &= 4x + 6 \\ -y &= 4x + 1 \\ \hline y &= 0x + 5 \end{aligned}$$

➔ $y = 5$

Einsetzen in I oder II liefert $x = 1$, $y$ –Koordinate wie oben berechnen.

**Übungsaufgaben:**

a) I: $2(x + 1) - y = 0$ II: $y + 2x = 6$

b) I: $x + 1 = -x - 1 + y$ II: $y = x + 1$

c) I: $2(x + 1) - 2y = 0$ II: $y - x = 1$

d) I: $3x - y = 0$ II: $2x + 1 - y = -x$

**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**Lösungen:**

---

a) $x = 1 \quad y = 4$

b) $x = -1 \quad y = 0$

c) unendlich viele Lösungen

d) keine Lösung

**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

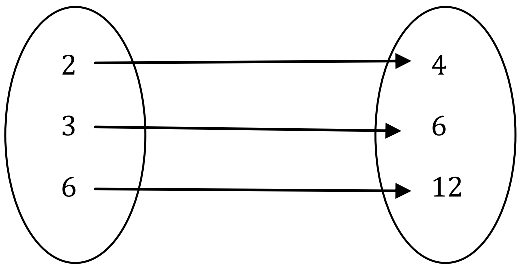
# 5. Lineare Funktionen

## 1. Zuordnungen

Funktionen sind eindeutige Zuordnungen, das bedeutet, dass jedem Element des Definitionsbereiches genau ein Element des Wertebereiches zugeordnet wird.
Zuordnungen lassen sich als Pfeildiagramm, als Paarmenge, in einer Wertetabelle und in einem Koordinatensystem dargestellt werden.

**Pfeildiagramm:**

Definitionsbereich Wertebereich



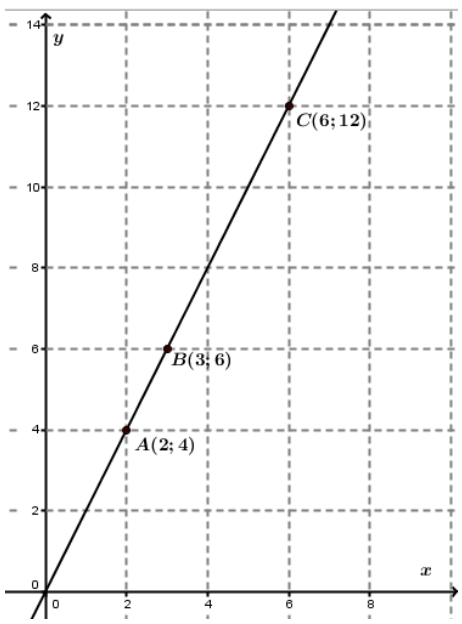

**Paarmenge:**

$\{(2|4); (3|6), (6|12)\}$

**Wertetabelle:**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Definitionsbereich | $x$ | 2 | 3 | 6 |
| Wertebereich | $y$ | 4 | 6 | 12 |

**Koordinatensystem:**



BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**2. Lineare Funktionen** (Ganzrationale Funktion 1. Grades)

Eine Funktion $f$ mit $f(x) = m \cdot x + b$ (oder $y = m \cdot x + b$) heißt lineare Funktion. Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade.

a) Schreibweisen

Eine lineare Funktion lässt sich entweder als $y = m \cdot x + b$ oder als $f(x) = m \cdot x + b$ formulieren.

$m$ gibt hierbei die Steigung an.

$b$ gibt den $y$ −Achsenabschnitt an, also den y-Wert, bei dem die $y$ −Achse geschnitten wird.

Sonderfall:

Eine Funktion mit der Gleichung $f(x) = m \cdot x$ bzw. $y = m \cdot x$ heißt Ursprungsgerade.

$b$ ist in diesem Fall 0. Die Gerade schneidet die y-Achse im Koordinatenursprung, also im Punkt $P(0\,|\,0)$.

b) Steigung $m$

Die Steigung $m$ gibt an, ob die Gerade steigt ($m > 0$) oder fällt ($m < 0$).

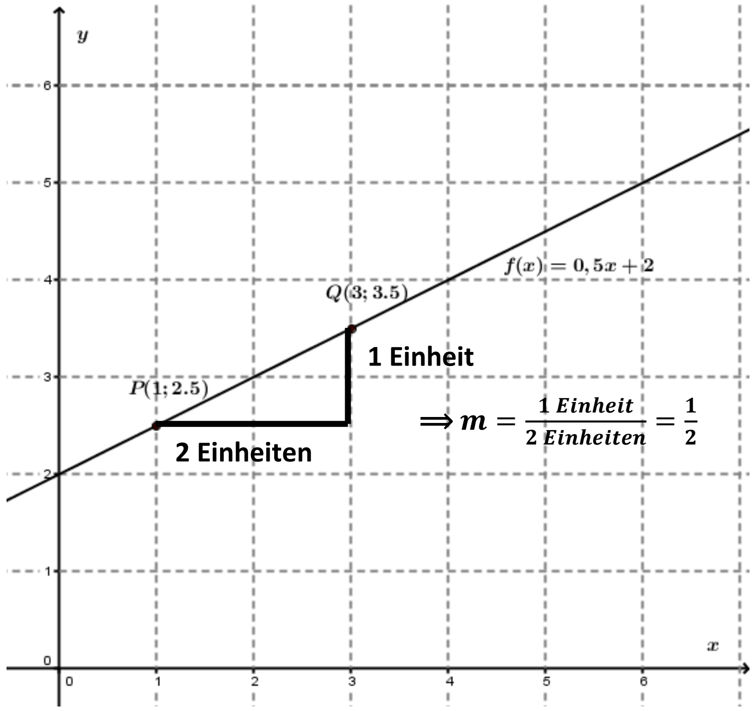
Die Steigung lässt sich auf verschiedene Weisen bestimmen:

- aus der Funktionsgleichung:
  Die Steigung der Geraden $f(x) = 2x + 3$ beträgt $m = 2$.
- rechnerisch:
  Eine Gerade verläuft durch die Punkte $P(1\,|\,2{,}5)$ und $Q(3\,|\,3{,}5)$.
  Berechnung der Steigung der Geraden mithilfe der Punktsteigungsformel
  $$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
  wobei $P(x_1\,|\,y_1)$ und $Q(x_2\,|\,y_2)$.

  Es gilt: $m = \frac{3{,}5-2{,}5}{3-1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

  Die Steigung der Gerade $f$ durch die Punkte $P$ und $Q$ lautet $m = 0{,}5$.

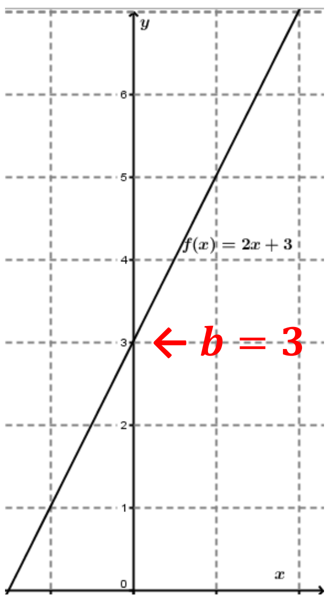
- aus dem Graphen ablesen:




c)Schnittpunkt mit der y-Achse

Der y-Achsenabschnitt $b$ gibt an, bei welchem $x$-Wert die y-Achse von der Geraden geschnitten wird. Er kann ebenfalls auf verschiedene Weisen abgelesen werden. Wichtig ist, dass beim Schnittpunkt der Geraden mit der y-Achse $x = 0$ gilt!

- Ablesen aus der Geradengleichung
  Der y-Achsenabschnitt $b$ der Geraden $f(x) = 2x + 3$ beträgt $b = 3$.
- Rechnerische Bestimmung
  Da beim y-Achsenabschnitt $x = 0$ gilt, setzt man $x = 0$ in die Funktionsgleichung ein und berechnet damit $b$:
  $y = 2 \cdot 0 + 3 = \mathbf{3}$ oder $f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = \mathbf{3}$
- Ablesen aus dem Graphen



d) Schnittpunkt mit der x-Achse (Nullstellen)

Wenn eine Gerade die y-Achse schneidet, dann ist $y = 0$.

Beispiel:

Gegeben sei die Funktion $f$ mit $f(x) = 3x - 2$. In welchem Punkt schneidet die Gerade die $x$ −Achse?

Da $y = 0$ gelten muss, damit die Gerade die $x$ −Achse schneidet, gilt:

$$0 = 3x - 2 \qquad \Big| +2$$

$$2 = 3x \qquad \Big| :3$$

$$\frac{2}{3} = x$$

Die Gerade schneidet die x-Achse im Punkt $N\left(\frac{2}{3} \middle| 0\right)$.

Die x-Werte, an denen eine Funktion die x-Achse schneidet, werden in der Mathematik als **Nullstellen** bezeichnet. Es gilt immer: $\boldsymbol{f(x) = 0}$.

e) Aufstellen der Geradengleichungen

Es gibt zwei Möglichkeiten, um eine Geradengleichung aufzustellen.

(1) Wenn zwei Punkte $P_1(x_1 | y_1)$ und $P_2(x_2 | y_2)$ gegeben sind, so ist die Gerade durch diese beiden Punkte eindeutig festgelegt.

Beispiel:

Bestimmung der Geradengleichung durch die Punkte $P_1(2 | 4)$ und $P_2(6 | 8)$:

- Steigung $m$ bestimmen:

  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8-4}{6-2} = \frac{4}{4} = 1$ Die Steigung $m$ ist $m = 1$.

- y-Achsenabschnitt $b$ berechnen, indem man $m$ und einen Punkt, z.B. $P_1(2 | 4)$ in die allgemeine Gleichung $y = m \cdot x + b$ einsetzt:

  Es gilt:

$$y = 4$$

$$x = 2$$

$$m = 1$$

$$b = ?$$

Berechnung von b:

$4 = 1 \cdot 2 + b$

$4 = 2 + b \qquad | -2$

$2 = b$

Die Funktionsgleichung der Geraden $f$ durch die Punkte $P_1(2|4)$ und $P_2(6|8)$ lautet: $f(x) = 1 \cdot x + 2$

(2) Wenn die Steigung $m$ und ein Punkt gegeben sind, so ist die Gleichung der Geraden eindeutig festgelegt.

Beispiel:

Bestimme die Geradengleichung, die die Steigung $m = -\frac{1}{2}$ hat und durch den Punkt $P(2|1)$ verläuft.

- $m = -\frac{1}{2}$ und $P(2|1)$ in die allgemeine Gleichung $y = mx + b$ einsetzen, um $b$ zu berechnen:

$$y = 1$$
$$m = \frac{1}{2}$$
$$x = 2$$
$$b = ?$$

Berechnung von b:

$1 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + b$

$1 = -1 + b \qquad | +1$

$2 = b$

- $m$ und $b$ in die Geradengleichung einsetzen:

$y = -\frac{1}{2}x + 2$ bzw. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**Übungsaufgaben:**

**Aufgabe 1:**

Gib die Steigung $m$ und den y-Achsenabschnitt $b$ folgender Funktionen an:

a) $y = 2x + 3$

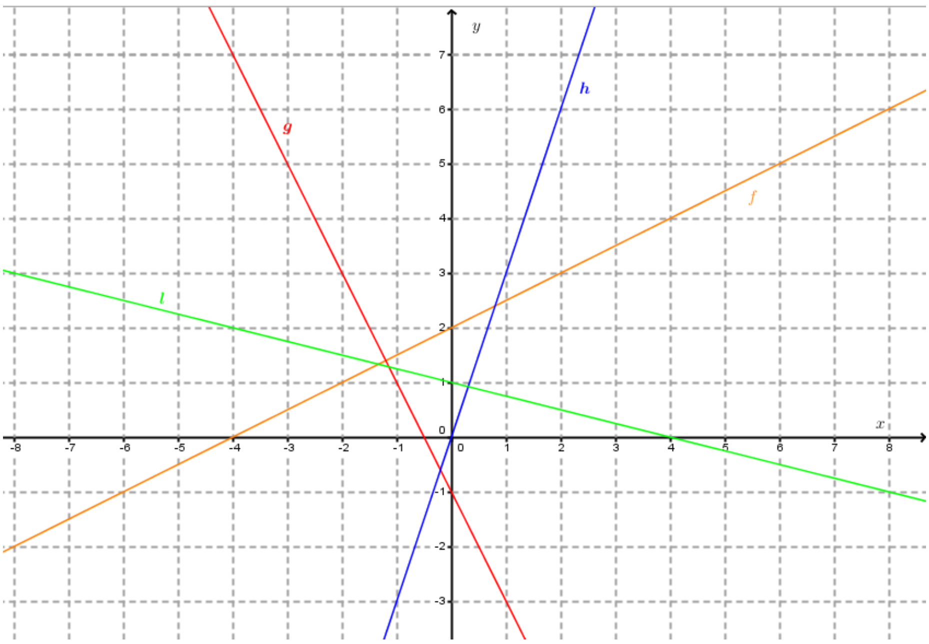
b) $y - \frac{1}{2}x = 4$

c) $y + 3 = 5x$

d) $2y = 2x - 6$

**Aufgabe 2:**

Bestimme die Funktionsgleichung folgender Geraden:




**Aufgabe 3:**

Berechne, in welchem Punkt die folgenden Geraden die $x$ −Achse schneiden (Nullstellen).

a) $f(x) = 3x + 4$

b) $f(x) = -2x + 0{,}5$

c) $f(x) = -5x - 10$

d) $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$

**Aufgabe 4:**

Bestimme die Funktionsgleichung.

a) Bestimmung der Geradengleichung durch die Punkte $P_1(1|3)$ und $P_2(6|-2)$.

b) Bestimmung der Geradengleichung durch die Punkte $P_1(-2|-4)$ und $P_2(6|8)$.

c) Bestimme die Geradengleichung, die die Steigung $m = -\frac{1}{4}$ hat und durch den Punkt $P(4|3)$ verläuft.

d) Bestimme die Geradengleichung, die die Steigung $m = 2$ hat und durch den Punkt $P(4|6)$ verläuft.

**Lösungen**

---

**Aufgabe 1:**

a) $m = 2,\ b = 3$

b) $m = \frac{1}{2},\ b = 4$

c) $m = 5, b = -3$

d) $m = 1, b = -3$

**Aufgabe 2:**

$f(x) = \frac{1}{2}x + 2 = 0{,}5x + 2$

$g(x) = -2x - 1$

$h(x) = 3x + 0 = 3x$

$l(x) = -\frac{1}{4}x + 1 = 0{,}25x + 1$

**Aufgabe 3:**

a) $x = -\frac{4}{3}, N\left(-\frac{4}{3}; 0\right)$

b) $x = \frac{1}{4}, N\left(\frac{1}{4}; 0\right)$

c) $x = -2, N(-2; 0)$

d) $x = -16, N(-16; 0)$

**Aufgabe4:**

a) $f(x) = -1x + 4$

b) $f(x) = \frac{3}{2}x - 1$

c) $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$

d) $f(x) = 2x - 2$

## 6. Binomische Formeln

Allgemein gilt:

$(a + b) * (c + d) = ac + ad + bc + bd$

1. Binomische Formel

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Binomische Formel

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. Binomische Formel

$(a + b) * (a - b) = a^2 - b^2$

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**Übungsaufgaben:**

**Aufgabe 1:**

Löse die Klammern auf und fasse zusammen.

a) $(2x+y)^2$

b) $(6x-2y)^2$

c) $(2x^2+y)^2$

d) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y\right)*\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y\right)$

e) $4+16b+16b^2$

f) $\frac{1}{4}x^2-xy+y^2$

g) $4+\square+x^2=(\square+\square)^2$

**Aufgabe 2:**

Informiere dich über das Pascal´sche Dreieck und berechne $(a+b)^3$

**Lösungen:**

---

**Aufgabe 1:**

a) $4x^2+4xy+y^2$

b) $36x^2-24xy+4y^2$

c) $4x^4+4x^2y+y^2$

d) $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{4}y^2$

e) $(2+4b)^2$

f) $(\frac{1}{2}x-y)^2$

g) $4+4x+x^2=(2+x)^2$

**Aufgabe 2:**

$a^3+3a^2b+3ab^2+b^2$

# 7. Quadratische Gleichungen

## 1. Die reinquadratische Gleichung

Man spricht von einer reinquadratischen Gleichung, wenn die Variable $x$ nur als $x^2$ vorkommt, z.B.$2x^2 + 4 = 22$.

Allgemein gilt: $ax^2 + b = c$, wobei in dem Beispiel oben $a = 2, b = 4$ und $c = 22$ ist.

Um eine reinquadratische Gleichung zu lösen, geht man wie folgt vor:

| Allgemein: | | Beispiel: | |
|---|---|---|---|
| $ax^2 + b = c$ | $\|-b$ | $2x^2 + 4 = 22$ | $\|-4$ |
| $ax^2 = c - b$ | $\|:a$ | $2x^2 = 22 - 4$ | $\|:2$ |
| $x^2 = \frac{c-b}{a}$ | $\|\sqrt{}$ | $x^2 = \frac{22-4}{2}$ | $\|\sqrt{}$ |
| $x_{1/2} = \sqrt{\frac{c-b}{a}}$ | | $x_{1/2} = \sqrt{\frac{22-4}{2}}$ | |
| | | $x_{1/2} = \sqrt{\frac{18}{2}}$ | |
| | | $x_{1/2} = \sqrt{9}$ | |
| | | $x_{1/2} = \pm 3$ | |

## 2. gemischtquadratische Gleichung

Fall 1: Lösen mithilfe Linearfaktoren

$x^2 + ax = 0$ Beachte: Es existiert keine Zahl ohne $x$!

Lösungsverfahren: Ausklammern von $x$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x^2 + ax = 0$ | $\|x\ ausklammern$ | $x^2 + 4x = 0$ | $\|x\ ausklammern$ |
| $x \cdot (x + a) = 0$ | $\|{}^*Regel$ | $x \cdot (x + 4) = 0$ | $\|{}^*Regel$ |
| $\boldsymbol{x_1} = \mathbf{0}$ und $(x + a) = 0$ | | $\boldsymbol{x_1} = \mathbf{0}$ und $(x + 4) = 0$ | |
| $(x + a) = 0$ | | $(x + 4) = 0$ | |
| $x + a = 0$ | $\|-a$ | $x + 4 = 0$ | $\|-4$ |
| $\boldsymbol{x_2 = -a}$ | | $\boldsymbol{x_2 = -4}$ | |

Regel: Ein Produkt ist Null, wenn mindestens ein Faktoren Null ist.

**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

<u>Fall 2: Gleichung liegt als Produkt vor</u>

$(x-a)\cdot(x-b)=0$

Auch hier gilt die Regel (s.o.). Daher kann die Lösung direkt abgelesen werden:

$\boldsymbol{x_1}=\boldsymbol{a}, denn\ (\boldsymbol{a}-a)\cdot(x-b)=0\ \Rightarrow 0\cdot(x-b)=0$ ✓

$\boldsymbol{x_2}=\boldsymbol{b}, denn\ (x-a)\cdot(\boldsymbol{b}-b)=0\ \Rightarrow (x-a)\cdot 0=0$ ✓

<u>Beispiel:</u> $(x-2)(x+5)=0$

$\boldsymbol{x_1}=\mathbf{2}, denn\ (\mathbf{2}-2)\cdot(x+5)=0\ \Rightarrow 0\cdot(x+5)=0$ ✓

$\boldsymbol{x_2}=\mathbf{-5}, denn\ (x-2)\cdot(\mathbf{-5}+5)=0\ \Rightarrow (x-2)\cdot 0=0$ ✓

### 3. Die Normalform der quadratischen Gleichung

Allgemein gilt: $x^2+px+q=0$

Eine quadratische Gleichung in Normalform löst man mithilfe der $pq-Formel$.

Gilt:

$$x^2+px+q=0$$

Dann gilt:

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

Beachte:
Die $pq-Formel$kann nur angewendet werden, wenn die Gleichung in der Form $x^2+px+q=0$ vorliegt!

<u>Beispiel:</u>

$$x^2+6x+5=0$$

In diesem Beispiel ist $p=6$ und $q=5$. Einsetzen in die $pq-Formel$ ergibt:

$$x_{1/2}=-\frac{6}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2-5}$$

$$x_{1/2}=-3\sqrt{(3)^2-5}$$

$$x_{1/2}=-3\pm\sqrt{9-5}$$

$$x_{1/2}=-3\pm\sqrt{4}$$

$$x_{1/2}=-3\pm 2$$

$$\boldsymbol{x_1}=-3+2=\mathbf{-1}\text{ und }\boldsymbol{x_2}=-3-2=\mathbf{-5}$$

d.h. für $x_1=-1$ und $x_2=-5$ ist das Ergebnis der Gleichung Null.

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**Übungsaufgaben:**

**Aufgabe 1:** Löse folgende reinquadratische Gleichungen.

a) $3x^2 + 5 = 17$

b) $\frac{2}{5}x^2 - 2 = 0$

c) $\frac{5}{8} + 2x^2 = 4x^2 + \frac{1}{2}$

**Aufgabe 2:** Löse folgende gemischtquadratischen Gleichungen.

a) $3x^2 - 33x = 0$

b) $4x^2 - 14x = 2x$

c) $(x-4)(x+2) = 0$

d) $(2x+8)(3x-9) = 0$

**Aufgabe 3:** Löse folgende quadratischen Gleichungen mithilfe der $pq - Formel$.

a) $x^2 - 7x + 6 = 0$

b) $x^2 - 4x - 1 = 0$

c) $2x^2 - 4x - 6 = 0$ Achtung: Hier musst du zunächst auf beiden Seiten der Gleichung durch 2 dividieren, sodass du $p = -2\ und\ q = -3$ erhältst!

**Lösungen:**

**Aufgabe 1:**

a) $x_1 = -2$ und $x_2 = 2$

b) $x_1 = -\sqrt{5}$ und $x_2 = \sqrt{5}$

c) $x_1 = -\frac{1}{4}$ und $x_2 = \frac{1}{4}$

**Aufgabe 2:**

a) $x_1 = 0$ und $x_2 = 11$

b) $x_1 = 0$ und $x_2 = 4$

c) $x_1 = -2$ und $x_2 = 4$

d) $x_1 = -4$ und $x_2 = 3$

**Aufgabe 3:**

a) $x_1 = 1$ und $x_2 = 6$ mit $p = -7, q = 6$

b) $x_1 \approx -0{,}24$ und $x_2 \approx 4{,}23$ mit $p = -4, q = -1$

c) $x_1 = -1$ und $x_2 = 3$ mit $p = -2, q = -3$

# 8. Potenzen

## 1. Begriffe

Exponent

$a^b = c$ ← Potenzwert

Basis

Beispiel: $3^4 = 3 * 3 * 3 * 3 = 81$

## 2. Rechenregeln:

1. $ax^n + bx^n = (a+b)x^n$
2. $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$
3. $x^n \cdot y^n = (x * y)^n$
4. $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$
5. $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$
6. $(x^n)^m = x^{n*m}$
7. $x^0 = 1$
8. $x^1 = x$
9. $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

## Übungsaufgaben:

Berechne mithilfe der Potenzgesetze.

a) $(-4)^{-2}$

b) $(-3x)^2 - 4x^2$

c) $(-2)^{-3}$

d) $3x^2y + 5x^2y - x^2y$

e) $3xy^3 * 4x^2y^2$

f) $4z * 2z^3 * z^2$

g) $-4x^2y^5 * (-3x^3y^4)$

h) $\frac{x^5}{x^3}$

i) $\frac{3x^4y^2}{x^3y}$

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

j) $\frac{4x^3}{9y^2} : \frac{2x^2}{3y}$

k) $\frac{2^2}{2^2}$

l) $2^{-2}$

m) $x^{n-2} * x^{2n+1} * x^{4-3n}$

n) $\frac{8(x-y)^2}{3(x+y)} : \frac{4(x-y)^3}{6(x+y)}$

## Lösungen:

---

a) $\frac{1}{16}$

b) $5x^2$

c) $-\frac{1}{8}$

d) $7x^2y$

e) $12x^3y^5$

f) $8z^6$

g) $12x^5y^9$

h) $x^2$

i) $3xy$

j) $\frac{2x}{3y}$

k) 1

l) $\frac{1}{4}$

m) $x^3$

n) $\frac{4}{x-y}$

**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

# 9. Wurzeln

## 1. Begriffe

$\sqrt{4} = 2$ in diesem Fall ist 4 der Radikand (Wurzelbasis) und 2 der Wurzelwert.

$\sqrt[5]{243} = 3$, *denn* $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$ in diesem Fall ist 243 der Radikand, 3 der Wurzelwert und 5 der Wurzelexponent.

Allgemein gilt: $b^n = a \;\Leftrightarrow\; \sqrt[n]{a} = b$ wobei $n \neq 0$

## 2. Umwandlung von Wurzeln in Potenzen

Es gilt:

$$\boxed{\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \quad \text{und} \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$$

Beispiele:

$$\sqrt[3]{8} = 2 \;\Leftrightarrow\; 8^{\frac{1}{3}} = 2$$

$$\sqrt[4]{3^2} = 3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2}}$$

## 3. Regeln

- Addition und Subtraktion von Wurzeln

  Es gilt:

$$\boxed{p \cdot \sqrt[n]{a} \pm q \cdot \sqrt[n]{a} = (p \pm q) \cdot \sqrt[n]{a}}$$

  Beispiel:

$$3 \cdot \sqrt[4]{9} + 2 \cdot \sqrt[4]{9} = (3 + 2) \cdot \sqrt[4]{9} = 5 \cdot \sqrt[4]{9}$$

- Multiplikation von Wurzeln mit gleichem Wurzelexponenten

$$\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}}$$

  Beispiel:

$$\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{125} = \sqrt[4]{5 \cdot 125} = \sqrt[4]{625} = 5$$

- Division von Wurzeln mit gleichem Wurzelexponenten

$$\boxed{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}}$$

  Beispiel:

$$\frac{\sqrt[3]{2560}}{\sqrt[2]{5}} = \sqrt[3]{\frac{2560}{5}} = \sqrt[3]{512} = 8$$

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

- Potenzierung bzw. Radizieren von Wurzeln

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Beispiele:

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{4096}} = \sqrt[3\cdot 4]{4096} = \sqrt[12]{4096} = 2$$

$$\left(\sqrt[3]{3}\right)^9 = \sqrt[3]{3^9} = 3^{\frac{9}{3}} = 3^3 = 27$$

- Sonderfälle

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

$$\sqrt[n]{0} = 0$$

**Übungsaufgaben:**

**Aufgabe 1:** Fasse soweit wie möglich zusammen. Berechne falls möglich.

a) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5} =$

b) $2 \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{128} =$

c) $\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{y} - 4\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt[3]{y} + 3\sqrt{y} =$

d) $\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{3} =$

**Aufgabe 2:** Schreibe ohne Wurzel.

Beispiel: $\sqrt[6]{x^{18}} = x^{\frac{18}{6}} = x^3$

a) $\sqrt[5]{x^{10}y^5z^{15}} =$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{x^6}} =$

c) $\sqrt[9]{a^6 \cdot \sqrt[4]{a^{12}}} =$

**Aufgabe 3:** Fasse zusammen.

Beispiel: $\frac{\sqrt{20a^3}}{\sqrt{5a}} = \sqrt{\frac{20a^3}{5a}} = \sqrt{4a^2} = 2a$

a) $\frac{\sqrt[3]{u}}{\sqrt[3]{u^2}} =$

b) $\sqrt{\frac{(a+b)^3}{(a+b)}} =$

**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

## Lösungen:

---

**Aufgabe 1:**

a) 10

b) 16

c) $-3\sqrt{x} + \sqrt[3]{y} + 4\sqrt{y}$

d) $5\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

**Aufgabe 2:**

a) $x^2yz^3$

b) $x$ bzw. $|x|$, da $x$ sowohl positiv als auch negativ sein kann

c) $a$ bzw. $|a|$, da $a$ sowohl positiv als auch negativ sein kann

**Aufgabe 3:**

a) $\sqrt[3]{\frac{1}{u}} = \left(\frac{1}{u}\right)^{\frac{1}{3}}$

b) $a + b$ bzw. $|a + b|$, da $a + b$ sowohl positiv als auch negativ sein kann

**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

# 10. Logarithmen

## 1. Allgemeines

$$\mathrm{a}^{\mathrm{x}} = \mathrm{b} \qquad a > 0; a \neq 1;\ b > 0$$

$$a = b^{\frac{1}{x}} \qquad\qquad \mathrm{x} = \log_{\mathrm{a}}(\mathrm{b})$$

(a ist die x-te Wurzel aus b)    (x ist der Logarithmus von b zur Basis a)

$\log_2(\mathrm{b}) = \mathrm{lb}\ (\mathrm{b})$ Logarithmus zur Basis 2: binärer/dualer Logarithmus

$\log_{10}(\mathrm{b}) = \lg\ (\mathrm{b})$ Logarithmus zur Basis 10: dekadischer/Zehner Logarithmus

$\log_{\mathrm{e}}(\mathrm{b}) = \ln(b)$ Logarithmus zur Basis e(=2,71828…..): natürlicher Logarithmus

Beachte: $\log_{\mathrm{a}}(\mathrm{b})=\frac{\ln\,(b)}{\ln\,(a)} = \frac{\log(b)}{\log\,(a)}$ $\qquad a > 0; a \neq 1;\ b > 0$

$\log_{\mathrm{a}}(1) = \lg(1) = \ln(1) = 0$

$\log_{\mathrm{a}}(\mathrm{a}) = 1$

$\lg\,(10) = 1$

$\ln(\mathrm{e}) = 1$

$\log_1(\mathrm{b}) = \mathrm{n.d.}$

## 2. Rechenregeln

1. $\log_{\mathrm{a}}(\mathrm{m} * \mathrm{n}) = \log_{\mathrm{a}}(\mathrm{m}) + \log_{\mathrm{a}}(\mathrm{n})$ $\qquad a > 0; a \neq 1; m > 0; n > 0$
2. $\log_{\mathrm{a}}\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{n}}\right) = \log_{\mathrm{a}}(\mathrm{m}) - \log_{\mathrm{a}}(\mathrm{n})$
3. $\log_{\mathrm{a}}(\mathrm{m}^{\mathrm{n}}) = \mathrm{n} * \log_{\mathrm{a}}(\mathrm{m})$

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**Übungsaufgaben:**

**Aufgabe 1:**

Berechne.

a) $2^x = 32$

b) $2^x = \frac{1}{32}$

c) $\log_2(64)$

d) $\log_{10}(1)$

e) $\ln(e^2)$

f) $0 = 3 * e^{2x} - 1$

g) $2 \cdot 3^x = 0{,}8$

h) $2{,}8^x \cdot 1{,}5^x = 10$

i) $\log_8(1)$

j) $\log_3(-5)$

k) $ln(a^4) - ln(a^2)$

l) $\frac{\lg(a^3)}{\lg(a)}$

m) $\ln(3{,}93 \cdot 10^{195})$

**Aufgabe 2:**

10.11 Wie viel Mal größer ist $10^{-2,4}$ als $10^{-7}$ ?

**Lösungen:**

---

**Aufgabe 1:**

| a) | b) | c) | d) | e) | f) | g) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x = 5$ | $x = -5$ | 6 | 0 | 2 | $x = -0{,}55$ | $-0{,}83$ |

| h) | i) | j) | k) | l) | m) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1,6044 | 0 | keine Lösung | $ln(a^2)$ | 3 | 450,37 |

**Aufgabe 2:**

$\frac{10^{-2,4}}{10^{-7}} = 10^{4,6}$ $(\approx 40000\ mal\ größer)$

BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

# 11. Flächen- und Volumenberechnung

**Flächen und Umfänge von ebenen Figuren:**

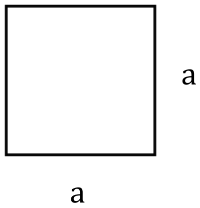
Der Flächeninhalt wird in der Mathematik mit A abgekürzt. Die Größe des Flächeninhalts wird in $mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2$ $etc$. angegeben.

Der Umfang wird in der Mathematik mit U abgekürzt. Die Größe des Umfangs wird in $mm, cm, dm, m, km$ $etc$. angegeben.

**a) Das Quadrat**

$A = a \cdot a = a^2$

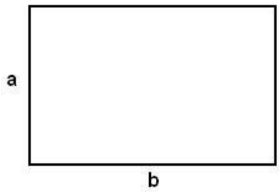
$U = 4 \cdot a$




**b) Das Rechteck**

$A = a \cdot b = ab$

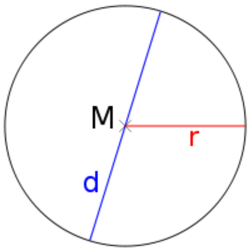
$U = a + b + a + b = 2a + 2b = 2(a + b)$




**c) Der Kreis**

$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$

$U = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$



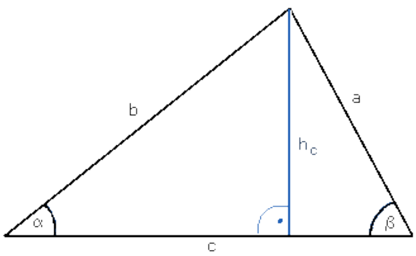

**d) Das Dreieck**

Um bei einem beliebigen Dreieck den Flächeninhalt zu berechnen, benötigen wir eine Seitenlänge sowie die zu dieser Seite gehörende Höhe $h$.

Die zur Seite $c$ gehörende Höhe nennen wir $h_c$.

$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$

$U = a + b + c$



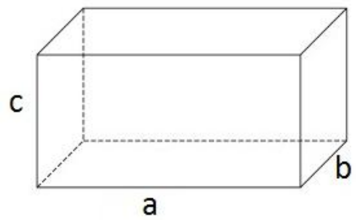
BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**Volumina und Oberflächen von Körpern**

Das Volumen eines Körpers wird in der Mathematik mit V abgekürzt. Die Größe wird in $mm^3, cm^3, dm^3, m^3, km^3\ etc.$ angegeben.

Die Oberfläche eines Körpers wird in der Mathematik mit O abgekürzt. Die Größe wird in $mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2\ etc.$ angegeben.

**a) Der Quader**

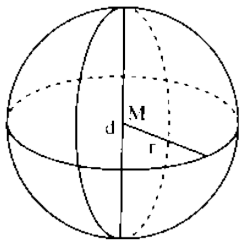



$V = a \cdot b \cdot c$

$O = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

$\quad = (a \cdot b) + (a \cdot b) + (a \cdot c) + (a \cdot c) + (b \cdot c) + (b \cdot c)$

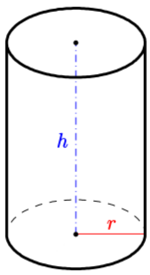
**b) Die Kugel**




$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$

$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

**c) Der Zylinder**




$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$

**Übungsaufgaben:**

**Aufgabe 1:**

Bestimme den Umfang und den Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen $3cm$ und $5cm$.

**Aufgabe 2:**

Bestimme den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises mit dem Radius $r = 2dm$.

**BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM**
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

**Aufgabe 3:**

Bestimme den Flächeninhalt eines Dreiecks mit $c = 5cm$ und $h_c = 2cm$.

**Aufgabe 4:**

Die Erde ist näherungsweise eine Kugel mit einem Durchmesser von $12740km$.
Bestimme die Erdoberfläche und das Erdvolumen.

**Aufgabe 5:**

Eine Konservendose ist ca. $10cm$ hoch und hat einen Durchmesser von $6cm$. Berechne das Volumen der Dose.

**Lösungen:**

---

**Aufgabe 1:**

$A = 3cm \cdot 5cm = 15cm^2$

$U = 3cm + 5cm + 3cm + 5cm = 16cm$

**Aufgabe 2:**

$A = \pi \cdot (2dm)^2 \approx 12{,}57dm^2$

$U = 2 \cdot \pi \cdot 4dm \approx 25{,}13dm$

**Aufgabe 3:**

$A = \frac{1}{2} \cdot 5cm \cdot 2cm = 5cm^2$

**Aufgabe 4:**

$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot 6370^3}{3} \approx 1082696932000km^3 \approx 1{,}08 \cdot 10^{12}km^3$

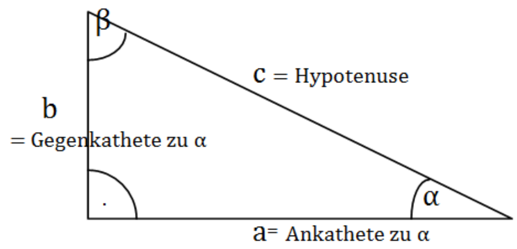
$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot \pi \cdot 6307^2 \approx 509904364km^2 \approx 509{,}90 \cdot 10^6km^2$

**Aufgabe 5:**

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 283{,}74cm^3$

# 12. Winkelfunktionen und Pythagoras

## 1. Begriffe im rechtwinkligen Dreieck




## 2. Satz des Pythagoras

Es gilt in einem rechtwinkligen Dreieck:

$c^2 = a^2 + b^2$

⇨ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ und $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ und $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

## 3. Weitere Berechnungen im Dreieck

$$\sin\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\tan\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

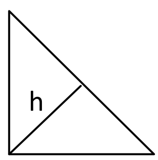
**Übungsaufgaben:**

**Aufgabe 1:**

Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck mit den Kathetenlängen a=3cm und b=4cm. Berechne alle fehlenden Maße.

**Aufgabe 2:**

Gegeben sei ein gleichschenkliges und rechtwinkliges Dreieck mit einer Schenkellänge von 5cm. Berechne alle fehlenden Maße und die Höhe h des Dreiecks.



BERUFSBILDENDE SCHULE PRÜM
Kreuzerweg 16, 54595 Prüm
Telefon: 06551/97105-0 • Telefax: 06551/97105-28
E-Mail: verwaltung@bbspruem.de • Internet: www.bbspruem.de

## Lösungen:

---

**Aufgabe 1:**

$c=5cm \quad \alpha=36,86° \quad \beta=53,13°$

**Aufgabe 2:**

$c= 7,07cm \quad \alpha=\beta=45° \quad h\approx 3,54\ cm$